

0.1 Il problema del commesso viaggiatore

Siano assegnati N punti su un piano, che rappresentino N città. Per semplicità numeriamo le città da 1 a N . Immaginiamo di partire dalla città 1. Ci chiediamo quale sia il cammino, precisamente la spezzata, di lunghezza minima tra tutte le spezzate che passano una e una sola volta per tutte le città e facciamo alla fine ritorno alla città 1. A livello matematico si tratta di trovare, nell'insieme:

$$S = \{(1, i_2, \dots, i_N, 1)\} \quad (1)$$

dove (i_2, \dots, i_N) varia tra le $(N - 1)!$ permutazioni di $(2, \dots, N)$, il punto di minimo della funzione $f : S \rightarrow \mathbb{R}$:

$$f(1, i_2, \dots, i_N, 1) = d_{1,i_2} + d_{i_2,i_3} + \dots + d_{i_N,1} \quad (2)$$

dove d rappresenta la distanza due punti nel piano.

L'esercizio consiste nell'implementare un algoritmo genetico che vada alla ricerca del minimo.

In pratica, iniziamo generando in modo casuale $N = 30$ città sul piano.

Ripeteremo il lavoro in due situazioni: prima generando i punti (le città) su una circonferenza, in modo che si capisca bene se il metodo funziona, e poi generandoli random sul piano, per testare il metodo in un caso davvero complicato.

Come primo passo, generiamo una popolazione iniziale di $M = N^2$ cammini, i **cromosomi**, in modo random. Di ciascuno valutiamo il fitness, ossia il valore di f . Ordiniamo la popolazione dal "migliore" (f massima) al "peggiore". Ora, per circa $M/2$ volte, in modo che tutti abbiano una possibilità, **selezioniamo** in modo random una coppia di cromosomi per il crossover, in modo tale che cromosomi con maggior fitness abbiano maggiore probabilità di essere scelti.

Successivamente, ognuna delle $M/2$ volte, facciamo un **crossover** tra i due membri della coppia, madre e padre, per generare due figli. Per costruire l'operazione, scegliamo a caso un momento, j , e mettiamo, per esempio nella madre, tutte le città che mancano da j in poi nell'ordine in cui si trovano nel padre. E vice-versa per il padre. Avremo in questo modo due figli.

I figli poi andranno incontro a **mutazione**: scegliamo a caso due città adiacenti nel cammino e le scambiamo.

Avremo così, dopo $M/2$ crossover e la mutazione di ogni individuo, una nuova popolazione di cromosomi. Una cosa utile è l'**elitismo**: sostituire il peggiore della nuova popolazione con il migliore di quella vecchia.

Iteriamo il procedimento per un buon numero di **generazioni**.